

# Aplicação dos métodos da conservação da energia mecânica e da quantidade de movimento para lavra de rocha ornamental com nível de referência plano

Alfredo César Vale de Araújo <sup>1\*</sup>   
Rafael Franco e Silva <sup>2</sup>  
Gustavo do Prado Siqueira <sup>2</sup>  
Marcio Luiz Siqueira Campos Barros <sup>2</sup>

## Resumo

O produto de extração nas etapas de lavra de rochas ornamentais consiste em blocos aproximadamente retangulares de dimensões variadas. O trabalho desenvolvido tem o objetivo de analisar a lavra por tombamento das diversas configurações geométricas de blocos. Estes são classificadas em prisma regular quadrangular ou retangular sem boca de lobo (B.L), bloco prismático triangular localizado na base dos blocos a serem tombados, oblíquo com declividade superior sem boca de lobo, oblíquo com declividade superior e com boca de lobo, e regular quadrangular ou retangular com boca de lobo. Aplica-se, assim, a conservação da energia mecânica e da quantidade de movimento com o intuito de obter como resultado a velocidade angular ( $\omega$ ). Foi concluído que a grandeza escalar  $\omega$ , em rad/s, sofre maior influência quando os blocos se caracterizam pela presença da camada com declividade na sua parte superior como mostram os resultados com velocidades  $\omega = 1,52$  rad/s atribuído às dimensões geométricas dos blocos do tipo (2) e  $\omega = 1,906$  rad/s às dimensões geométricas dos blocos do tipo (3). Foi concluído que a velocidade angular tem maior influência sobre os blocos com declividade na sua parte superior, sugerindo uma melhoria na geometria dos blocos para maximizar a cadeia produtiva.

**Palavras-chave:** Rocha Ornamental; Energia; Quantidade de Movimento.

## Application of the method of mechanics energy conservation and of the quantity for ornamental stone exploitation with level of plan reference

## Abstract

The product of extraction in the mining planning of ornamental stone consist in blocks closest to regulars with several dimensions. The paper done has been objective to analyze the mining planning for tipping over of the several geometric configurations of the blocks. These have been classified into quadrangular or rectangular regular prism without “Boca de Lobo” (B.L), oblique with upper declivity without B.L, oblique with upper declivity and with B.L, and quadrangular or rectangular regular prism with B.L, applied the conservation of the mechanics energy theory and quantity of movement with to obtain the angular velocity ( $\omega$ ). Has been conclude that a scalar magnitude  $\omega$ , in rad/s, obtain the biggest influence when the blocks have the characteristics with presence of upper part declivity as a show the results with velocities  $\omega = 1,52$  rad/s to the dimension stone of type (2) and  $\omega = 1,906$  rad/s to the dimension stone of type (3). It was concluded that the angular velocity has a greater influence on the blocks with slope on their upper face, suggesting an optimization in the geometry of the blocks to maximize the production chain.

**Keywords:** Natural Rock; Energy; Quantity of Movement.

## 1 Introdução

Rochas ornamentais são matérias-primas com potencial valor econômico usados em várias aplicações para fins de construção ou de prestígio (Ashmole e Motloun, 2008) [1].

Propriedades do material da rocha, características da junta e grau de articulação são os parâmetros mais importantes no comportamento de massa rochosa.

<sup>1</sup>Departamento de Engenharia de Minas, – DEMINAS, Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, Recife, PE, Brasil.

<sup>2</sup>Programa de Pós-graduação em Engenharia Mineral – PPGEMinas, Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, Recife, PE, Brasil.

\*Autor correspondente: cesarvale\_araujo@hotmail.com



Para extrair uma rocha de maneira lucrativa massa com um grau adequado de articulação é essencial (Selonen et al. 2000; Carvalho et al. 2008) [2]. Um planejamento otimizado da exploração, juntamente com uma melhoria entendimento geológico do depósito, poderia aumentar esses rendimentos [3].

O estado do Espírito Santo tem o setor de rocha ornamental como destaque em sua economia, sendo responsável por cerca de 10% de seu PIB, gerando mais de 200.000 empregos diretos e indiretos. Este estado é responsável por 70% das exportações de rochas ornamentais do país; os investimentos do setor de rochas se concentram em 90% no estado do Espírito Santo, fazendo com que o estado tenha um dos parques industriais mais modernos do setor como pode ser observado na Figura 1 [4].

O Brasil tem capacidade de extrair e beneficiar uma grande variedade de rochas ornamentais (aproximadamente 1200 tipos). Estes, estão divididos em 1500 frentes de lavra, ocupando cerca de vinte mil trabalhadores, uma produção média de 520 toneladas por trabalhador, com uma predominância de rochas silicáticas [4].

O estado do Espírito Santo acha-se inserido no sistema orogênico da Mantiqueira, o qual constitui uma entidade geotectônica de idade Neoproterozóica estruturada na direção NNE – SSW, bordejando a porção leste do craton do São Francisco. Esta entidade é constituída por um cinturão de rochas metamórficas, dobradas em parte migmatizadas, incluindo suítes granitoides de idades e natureza composicional diversas, comprovando a existência de eventos magmáticos distintos ao longo de sua evolução orogênica [4,5].

Com o objetivo de melhorar os modelos de extração de rocha ornamental, a aplicação do estudo do movimento plano de corpos rígidos: método da conservação da energia mecânica e a conservação da quantidade de movimento, que fazem a análise do movimento plano de corpos rígidos e de sistemas de corpos rígidos, tornou-se imprescindível. Estas ferramentas auxiliam a compreensão do método de tombamento das bancadas, quando sujeitos à conservação da energia mecânica [6].

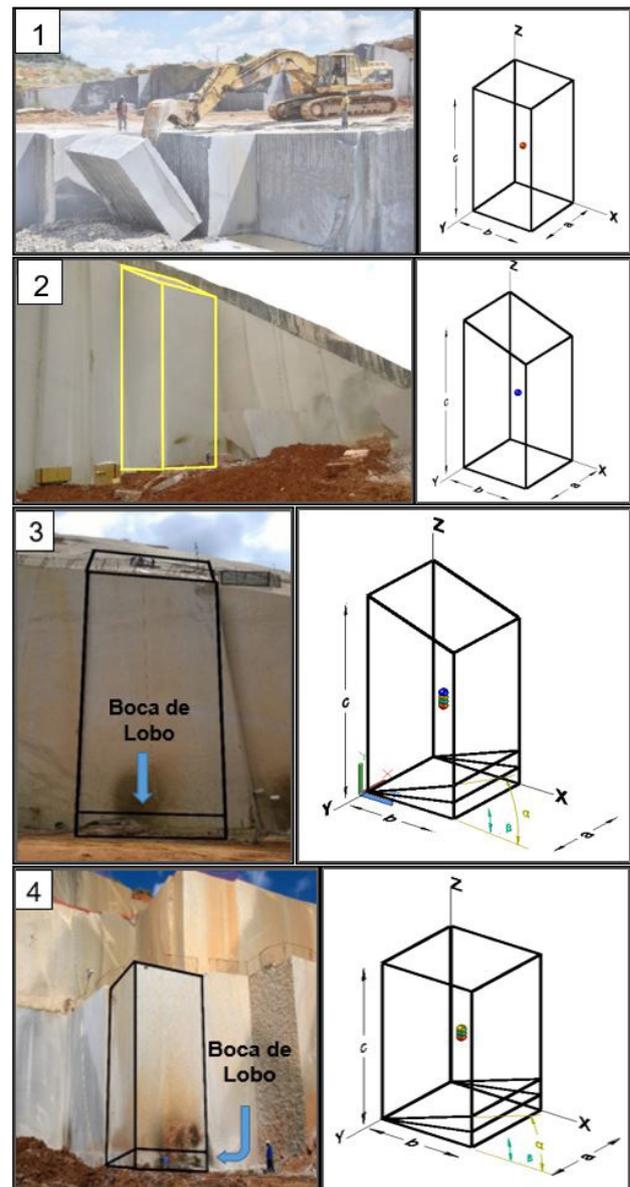


**Figura 1.** Pedreira de rocha ornamental, Espírito Santo.

## 2 Metodologia

A metodologia aplicada consiste em trabalhar as diversas formas geométricas das bancadas que são utilizadas na linha de produção das jazidas de rochas ornamentais por meio de: desenvolvimento de interface gráfica dos blocos com o auxílio do *software Autocad*, onde são identificados as feições geométricas e os respectivos centros de massa (c.m) de cada bloco; o atributo dos princípios do movimento plano de corpos rígidos: conservação da energia mecânica (cinética e potencial), o impulso e o método da quantidade de movimento angular, interpretações gráficas dos resultados com uso de aplicativo de planilhas, o que facilitou o entendimento da velocidade angular de tombamento das bancadas.

As bancadas foram classificadas em quatro configurações prismáticas, junto com suas indicações de c.m e dimensões



**Figura 2.** Configurações dos diversos tipos de blocos na extração de rocha ornamental.

geométricas generalizadas, em: Formato regular quadrangular ou retangular sem boca de lobo [1], Oblíquo (com declividade superior) sem boca de lobo [2], oblíquo com declividade superior e com boca de lobo [3] e regular quadrangular ou retangular com boca de lobo [4], como mostra a Figura 2.

Para determinar a velocidade angular pelo princípio do trabalho e energia (cinética e potencial), e o método da conservação da quantidade de movimento angular, foram aplicadas duas análises, A e B, onde a primeira envolve os blocos (1) e (2), estabelecendo uma única etapa, com suas devidas posições, determinando a velocidade angular após o tombamento. A análise B engloba os blocos [3] e [4] estabelecendo duas etapas, para determinar a velocidade angular de tombamento.

A análise B é restrita aos blocos que utilizam o método da boca de lobo, devido a este método o seu movimento é dividido em duas etapas, na primeira etapa de tombamento, o bloco sofre um movimento impulsivo que é analisado pelo princípio de impulso e quantidade de movimento, e pode ser expressa pela seguinte operação [6]:

$$\begin{aligned} & \text{Sist. de Quantidade de Movimento 1} + \\ & \text{Sist. de Impulso Externo 1-2} = \\ & \text{Sist. de Quantidade de Movimento 2} \end{aligned}$$

### 3 Resultados e discussão

Para determinar a velocidade angular dos blocos de ambas as análises, o princípio de trabalho e energia é aplicado, e pode ser expresso pela Equação 1 a seguir. [6]

$$T1 + V1 = T2 + V2 \quad (1)$$

Onde T1 é a energia cinética inicial das forças conservativas do problema; V1 é a energia potencial inicial; T2 é a energia cinética final e V2 é a energia potencial final.

Como a Equação 1 é do princípio e método de energia, esta equação pode ser ampliada quando utilizamos a Equação 2 que é utilizada para encontrar a energia cinética e a Equação 3 que é utilizada para encontrar os valores da energia potencial. [6]

$$T = \frac{1}{2} m(r\omega)^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} mg(Ct)\sin\theta \quad (3)$$

Onde m é a massa do bloco, em toneladas (t); r é o raio de rotação, em metro (m), compreendido entre o eixo de rotação do sólido e o centro de gravidade;  $\omega$  é a velocidade angular, em radianos por segundo (rad/s); I é o momento de inércia do bloco, em tonelada metro quadrado ( $t \times m^2$ ); g a aceleração da gravidade ( $m/s^2$ ); Ct a altura do bloco, em metro (m), a partir do eixo de rotação e  $\theta$  o ângulo, em grau ( $^\circ$ ), formado entre a superfície do nível de referência e a face de tombamento.

Quando o método da energia mecânica é aplicado, observamos o comportamento do tombamento das bancadas de diferentes tipos. No caso dos blocos do tipo A, observamos o eixo de rotação um único movimento como mostra a Figura 3.

Onde, Ct é a altura, em metro (m), total do bloco no caso de blocos prismáticos regulares, C1 é a altura do tronco do bloco, em metro (m), no caso de prismas oblíquos, C2 a altura, em metro (m), do cateto oposto da declividade superior, b é a extensão da base, em metro (m),  $\bar{y}$  é a altura, em metro (m), do centro de massa do bloco, r

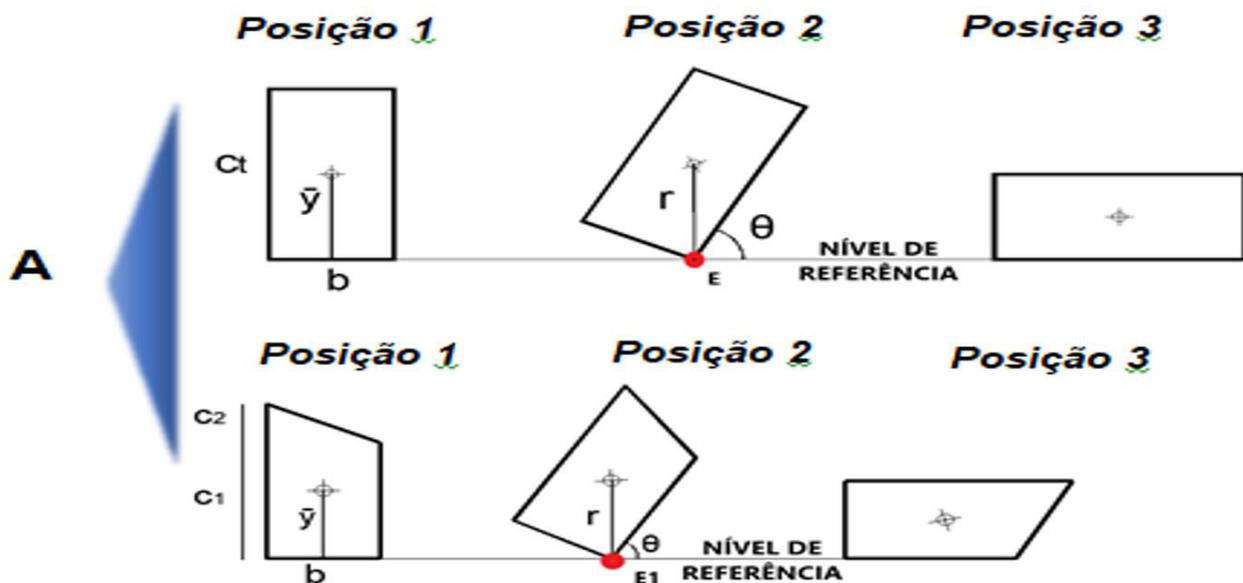


Figura 3. Análise do tombamento dos blocos, sem a utilização da boca de lobo.

raio de rotação, em metro (m), compreendido entre o eixo de rotação e o centro de massa, E é o eixo de rotação,  $\theta$  é o ângulo formado entre a superfície de nível de referência e a face de tombamento dos blocos.

No caso das bancadas do tipo B, observamos dois diferentes eixos de rotação, dividindo o tombamento em duas etapas como mostra a Figura 4.

Onde b é a extensão da base, C1 a altura da Boca de Lobo, C2 o comprimento do tronco do bloco, C3 a altura, em metro (m), da declividade superior,  $\bar{y}$  altura do centro de massa do bloco, r raio de rotação compreendido entre o eixo de rotação e o centro de massa, E é o eixo de rotação,  $\beta$  o ângulo formado entre o nível de referência e a altura da boca de lobo para os blocos da análise B e  $\Omega$  o ângulo formado entre o nível de referência e a face do bloco no instante de impulso da posição 2 e término da primeira etapa.

A análise do tombamento em A, realizada em uma única etapa iniciada na posição 2 e com término na posição 3, conduziu à um melhor entendimento físico quando foram atribuídas simulações para diferentes situações, com

dimensões geométricas ( $a = 20$  m e  $b = 10$  m) dos blocos prismáticos regulares retangulares [1], como pode ser observado na Tabela 1.

A interpretação significativa do tombamento relacionando os valores das dimensões da altura total do bloco

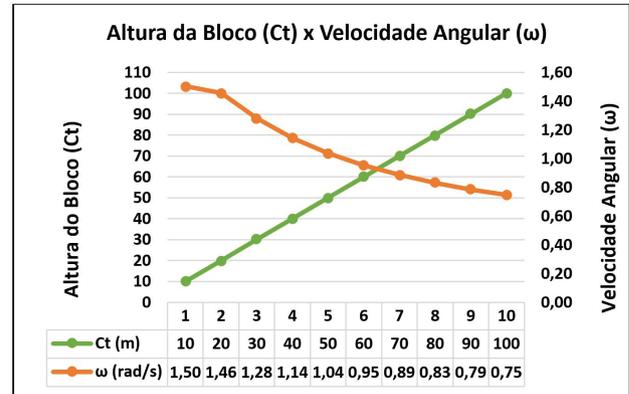


Figura 5. Gráfico da velocidade angular ( $\omega$ ) em relação à altura total do bloco (Ct).

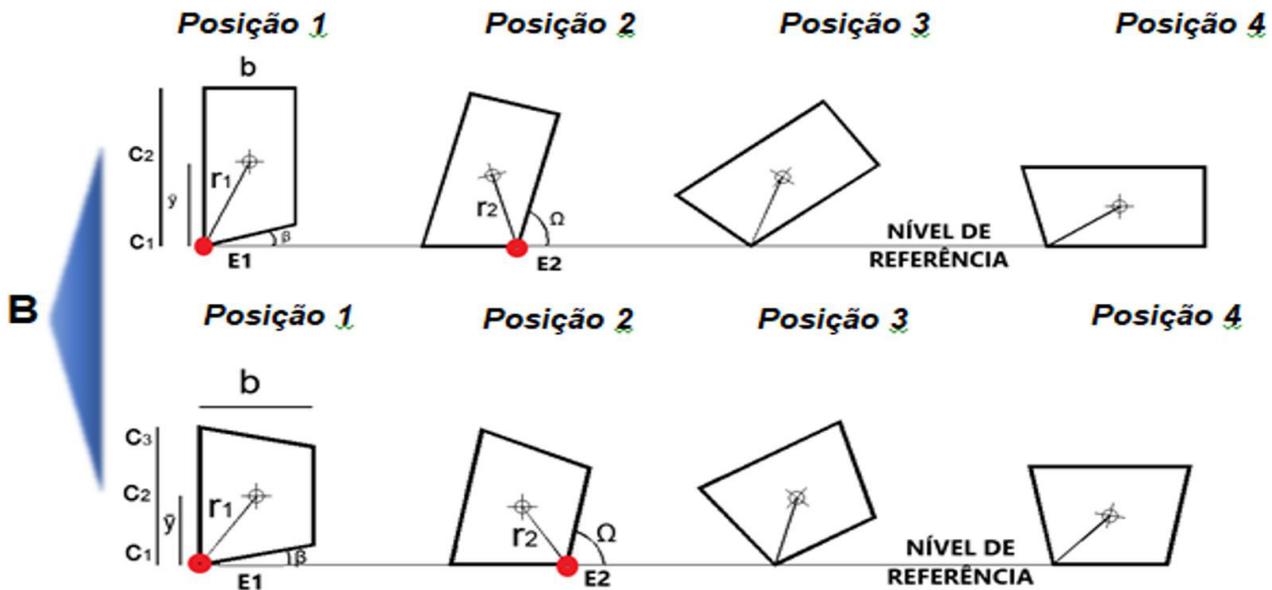


Figura 4. Análise do tombamento de blocos com boca de lobo.

Tabela 1. Atribuições nas dimensões geométrica dos blocos do tipo (1)

Situação	Dimensões			massa (t)	Variáveis		
	Ct (m)	massa específica (t/m <sup>3</sup> )	r (m)		I (t x m <sup>2</sup> )	$\theta$ (grau)	$\omega$ (rad/s)
1	10	2.6	7.07	5200	65000	45	1.50
2	20	2.6	11.18	10400	455000	63	1.46
3	30	2.6	15.81	15600	1495000	72	1.28
4	40	2.6	20.62	20800	3510000	76	1.14
5	50	2.6	25.50	26000	6825000	79	1.04
6	60	2.6	30.41	31200	11765000	81	0.95
7	70	2.6	35.36	36400	18655000	82	0.89
8	80	2.6	40.31	41600	27820000	83	0.83
9	90	2.6	45.28	46800	39585000	84	0.79
10	100	2.6	50.25	52000	54275000	84	0.75

(Ct), constantes para as faces “a” e “b”, com a velocidade angular obtida pelo princípio do método da conservação da energia mecânica, pode ser observada na Figura 5.

Para os blocos oblíquos (com declividade superior) sem B.L [2], um melhor entendimento pode ser observado na Tabela 2, de forma similar aos blocos regulares retangulares, e a interpretação significativa do tombamento relacionando os valores das dimensões, sendo as faces “a” e “b” também constantes, com 20 e 10 metros respectivamente, com a velocidade angular pode ser observada na Figura 6.

Os gráficos relacionando os painéis (1) e (2), agrupados na análise A, apontam que o primeiro corresponde as velocidades angulares menores que as do segundo grupo, os oblíquos, ambos sem o uso da boca de lobo (B.L) e com mesma altura de bancada (Ct). Isso ocorre devido ao fato do primeiro grupo de painéis trabalhar com raios de rotação (r) maiores que o segundo grupo.

A análise de tombamento em B, realizada em duas etapas com a primeira iniciada na posição 1 e com término na posição 2, que gera um movimento de impulso, a segunda etapa que se inicia na posição 2 e finaliza na posição 4; de forma similar conduziu à um melhor entendimento físico quando foram atribuídos valores às dimensões geométricas (a = 20 m, b = 10 m e c3 = 3 m) dos blocos oblíquos com declividade superior utilizando a boca de lobo como podemos observar nas Tabela 3 e 4 respectivamente.

A interpretação significativa dos tombamentos relacionados aos valores das dimensões com as velocidades angulares para as etapas 1 e 2, pelo princípio do método da energia mecânica, pode ser observada na Figura 7.

Para os blocos oblíquos com boca de lobo em que o topo da bancada é regular quadrangular ou retangular, um melhor entendimento pode ser observado nas Tabelas 5 e 6 respectivamente.

A interpretação significativa dos tombamentos relacionados aos valores das dimensões com as velocidades angulares em cada etapa pode ser observada na Figura 8.

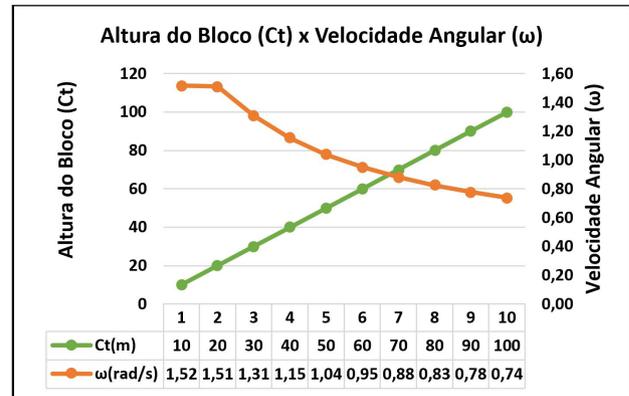


Figura 6. Gráfico da velocidade angular (ω) em relação à altura total do bloco (Ct).

Tabela 2. Atribuições nas dimensões geométrica dos blocos do tipo (2)

Situação	Dimensões			Massa específica (t/m³)	Massa (t)	Variáveis			
	c1 (m)	c2 (m)	Ct (m)			r (m)	I (t x m²)	θ (grau)	ω (rad/s)
1	7.0	3.0	10	2.6	4420	6.59	67159.69	75	1.52
2	17.0	3.0	20	2.6	9620	10.53	338570.81	79	1.51
3	27.0	3.0	30	2.6	14820	15.11	1064981.92	72	1.31
4	37.0	3.0	40	2.6	20020	19.90	2506393.03	69	1.15
5	47.0	3.0	50	2.6	25220	24.77	4922804.14	68	1.04
6	57.0	3.0	60	2.6	30420	29.68	8574215.25	67	0.95
7	67.0	3.0	70	2.6	35620	34.62	13720626.36	67	0.88
8	77.0	3.0	80	2.6	40820	39.57	20622037.47	66	0.83
9	87.0	3.0	90	2.6	46020	44.54	29538448.58	66	0.78
10	97.0	3.0	100	2.6	51220	49.25	40729859.69	66	0.74

Tabela 3. Atribuições nas dimensões dos blocos do tipo (3) e análise das situações para a 1ª etapa

Situação	1º Etapa					Variáveis			
	Dimensões			Massa específica (t/m³)	Massa (t)	Variáveis			
	c1 (m)	c2 (m)	Ct (m)			r1 (m)	I (t x m²)	β (grau)	ω1 (rad/s)
1	0.2	7.8	10	2.6	2839.2	7.19	54146.70	1	0.075
2	0.4	17.8	20.2	2.6	8330.4	11.41	336612.95	2	0.068
3	0.6	27.8	30.4	2.6	15901.6	16.18	1246897.46	3	0.059
4	0.8	37.8	40.6	2.6	25552.8	21.13	3400765.37	5	0.053
5	1	47.8	50.8	2.6	37284	26.16	7622009.55	6	0.047
6	1.2	57.8	61	2.6	51095.2	31.22	14942450.61	7	0.043
7	1.4	67.8	71.2	2.6	66986.4	36.31	26601936.89	8	0.040
8	1.6	77.8	81.4	2.6	84957.6	41.42	44048344.46	9	0.038
9	1.8	87.8	91.6	2.6	105008.8	46.53	68937577.14	10	0.036
10	2	97.8	101.8	2.6	127140	51.66	103133566.47	11	0.034

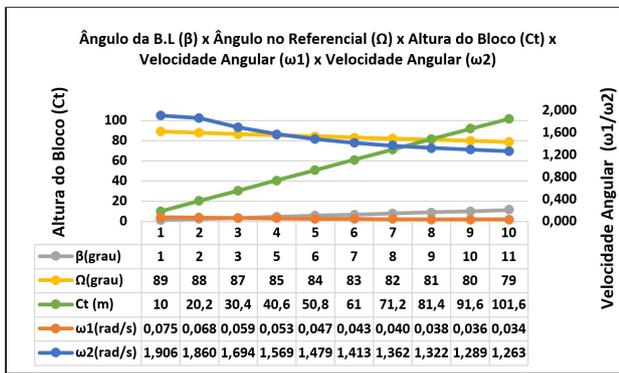


Figura 7. Gráfico da velocidade angular ( $\omega_1$ ) e ( $\omega_2$ ) em relação a altura total do bloco(Ct).

A análise B que compõe uma interpretação gráfica em duas etapas para os painéis oblíquos [3] e retangular [4], apresenta na primeira etapa uma velocidade angular menor para [3] em relação a [4] ao fim da primeira etapa. Isso ocorre devido a feição geométrica do bloco com a boca de lobo e declividade da parte superior da bancada, que mesmo com raio de rotação ( $r_1$ ) menor, propicia uma redução em mais da metade no seu momento de inércia (I), o que reduz as forças que impedem seu tombamento, tornando-o mais suscetível ao movimento.

Na segunda etapa, após o movimento impulsivo, os blocos característicos em [4] mantêm uma velocidade angular, ao final do tombamento, superior a [3] estabelecendo o critério de que quanto menor o raio de rotação maior a velocidade angular de tombamento.

Tabela 4. Análise das situações para a 2º etapa

Situação	2º Etapa								
	Dimensões			Massa		Variáveis			
	c1 (m)	c2 (m)	Ct (m)	específica (t/m³)	Massa (t)	r2(m)	I (t x m²)	Ω (grau)	ω2 (rad/s)
1	0.2	7.8	10	2.6	2839.2	6.34	54146.70	89	1.906
2	0.4	18	20.2	2.6	8330.4	10.21	336612.95	88	1.860
3	0.6	28	30.4	2.6	15901.6	14.77	1246897.46	87	1.694
4	0.8	38	40.6	2.6	25552.8	19.55	3400765.37	85	1.569
5	1	48	50.8	2.6	37284	24.42	7622009.55	84	1.479
6	1.2	58	61	2.6	51095.2	29.33	14942450.61	83	1.413
7	1.4	68	71.2	2.6	66986.4	34.27	26601936.89	82	1.362
8	1.6	78	81.4	2.6	84957.6	39.22	44048344.46	81	1.322
9	1.8	88	91.6	2.6	105009	44.18	68937577.14	80	1.289
10	2	98	102	2.6	127140	49.15	103133566.47	79	1.263

Tabela 5. Atribuições nas dimensões dos blocos do tipo (4) e análise das situações para a 1º etapa

Situação	1º Etapa								
	Dimensões			Massa		Variáveis			
	c1 (m)	c2 (m)	Ct (m)	específica (t/m³)	Massa (t)	r1(m)	I (t x m²)	β (grau)	ω1 (rad/s)
1	0.3	9.8	10.1	2.6	2704	7.16	314817.71	2	0.033
2	0.6	19.8	20.4	2.6	5460	11.49	771843.80	3	0.051
3	0.9	29.8	30.7	2.6	8216	16.36	1504733.01	5	0.060
4	1.2	39.8	41	2.6	10972	21.39	2652773.59	7	0.064
5	1.5	49.8	51.3	2.6	13728	26.50	4355253.76	9	0.066
6	1.8	59.8	61.6	2.6	16484	31.65	6751461.77	10	0.067
7	2.1	69.8	71.9	2.6	19240	36.81	9980685.87	12	0.068
8	2.4	79.8	82.2	2.6	21996	42.00	14182214.28	13	0.068
9	2.7	89.8	92.5	2.6	24752	47.19	19495335.25	15	0.068
10	3	99.8	102.8	2.6	27508	52.39	26059337.03	17	0.068

Tabela 6. Análise das situações para a 2º etapa

Situação	2º Etapa								
	Dimensões			Massa		Variáveis			
	c1 (m)	c2 (m)	Ct (m)	específica (t/m³)	Massa (t)	r2(m)	I (t x m²)	Ω (grau)	ω2 (rad/s)
1	0.3	9.8	10.1	2.6	676	6.95	78704.43	88	1.091
2	0.6	19.8	20.4	2.6	1365	10.96	192960.95	87	1.230
3	0.9	29.8	30.7	2.6	2054	15.50	376183.25	85	1.184
4	1.2	39.8	41	2.6	2743	20.23	663193.40	83	1.102
5	1.5	49.8	51.3	2.6	3432	25.03	1088813.44	81	1.022
6	1.8	59.8	61.6	2.6	4121	29.87	1687865.44	80	0.951
7	2.1	69.8	71.9	2.6	4810	34.73	2495171.47	78	0.890
8	2.4	79.8	82.2	2.6	5499	39.61	3545553.57	77	0.837
9	2.7	89.8	92.5	2.6	6188	44.50	4873833.81	75	0.792
10	3	99.8	102.8	2.6	6877	49.40	6514834.26	73	0.751

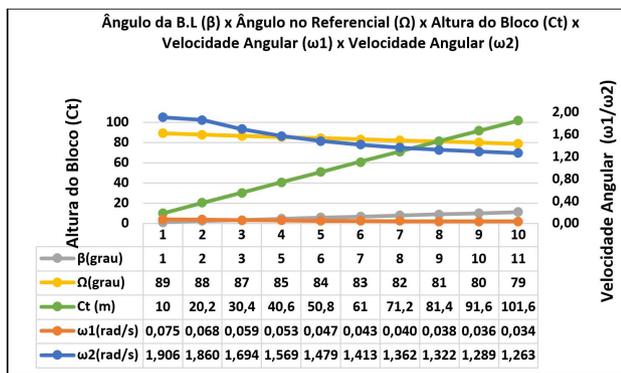


Figura 8. Gráfico da velocidade angular ( $\omega_1$ ) e ( $\omega_2$ ) em relação à altura total do bloco(Ct).

#### 4 Conclusão

Após observar a configuração gráfica de ambas as análises, pode-se designar uma sequência preferencial para

o tombamento das bancadas considerando a velocidade angular, momentos antes de atingir o nível de referência do solo, onde vamos ter na análise A das bancadas oblíquas com declividade superior sem a boca de lobo no caso (2), com maior velocidade angular de tombamento que os blocos prismáticos regulares quadrangulares ou retangulares no caso (1).

Para a análise B teremos os blocos prismáticos oblíquos com declividade superior e com boca de lobo como no caso (3) com maior velocidade angular de tombamento de bancadas oblíquas, com boca de lobo e topo da bancada regular quadrangular ou retangular como no caso (4).

Logo, o estudo mostra que uma das melhores formas de ampliar a estimativa de produção na lavra de rochas ornamentais será a modelagem das feições geométricas dos blocos, que interferem diretamente no seu momento de inércia (I), no raio de rotação (r), nos ângulos da boca de lobo e consequentemente na velocidade angular ( $\omega$ ) final de tombamento.

#### Referências

- Elkamorty M, Colla C, Gabrielli E, Kasmaeeyazdi S, Tinti F, Bonduà S, et al. Mapping and modelling fractures using ground penetrating radar for ornamental stone assessment and recovery optimization: Two case studies. *Mining-Geology-Petroleum Engineering Bulletin*. 2017 [acesso em 20 mar. 2020];32(4):63-76. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/320417212>
- Yarahmadi R, Bagherpour R, Taherian S-G, Sousa LMO. Discontinuity modelling and rock block geometry identification to optimize production in dimension stone quarries. *Engineering Geology*. 2017 [acesso em 27 mar. 2020];232:22-33. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/320950186>
- Martínez J, Montiel V, Rey J, Cañadas F, Vera P. Utilization of integrated geophysical techniques to delineate the extraction of mining bench of ornamental rocks (Marble). *MDPI*, 2017 [acesso em 10 mar. 2020];9(12):1322. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2072-4292/9/12/1322>
- Sardou FR. Atlas de rochas ornamentais do Estado do Espírito Santo. Brasília: CPRM; 2013.
- Almeida FFM, Hasui Y, Neves BBB, Fuck RA. Províncias estruturais brasileiras. In: 8º Simpósio de Geologia do Nordeste; 1977; Campina Grande. Campina Grande: SBG; 1977. p. 363-391.
- Beer FP, Johnston ER, Cornwell PJ. Mecânica vetorial para engenheiros. 7 ed., Vol. 2. Porto Alegre. AMGH; 2012.

Recebido em: 21 Jan. 2019

Aceito em: 01 Jun. 2020