

CÁLCULO ITERATIVO DA CARGA CIRCULANTE EM CIRCUITOS FECHADOS

André Carlos Silva ¹
Elenice Maria Schons Silva ²
Ricardo Antônio de Rezende ³

Resumo

Um problema para a resolução de balanços de massa em usinas de processamento mineral é o cálculo da carga circulante em circuitos fechados. Uma família de métodos possíveis de aplicação para a resolução deste cálculo são os métodos iterativos. O presente trabalho apresenta um algoritmo iterativo de baixa complexidade para o cálculo de carga circulante em circuitos fechados, possibilitando a construção de balanços confiáveis de massa, metalúrgico e de água. A validação do algoritmo proposto é realizada com o auxílio do software BILCO da Caspeo e com dados industriais reais para dois diferentes tipos de circuitos fechados. Os resultados obtidos são satisfatórios no que tange ao resultado calculado, à velocidade de processamento, à convergência da solução e ao número de iterações necessárias para o cálculo da carga circulante.

Palavras-chave: Balanço de massa; Carga circulante; Circuito fechado.

ITERATIVE CALCULATION OF CIRCULATING LOAD IN CLOSED-CIRCUITS

Abstract

A problem in mass balance resolution in mineral processing plants is the circulation load in closed-circuits. A family of methods which can be used to solve the circulating load is the iterative methods. This paper shows a low complexity algorithm to calculate the circulation load in closed circuits which allows the construction of mass, metallurgic and water reliable balances. The proposed algorithm was validated against results from Caspeo BILCO software and real industrial data for two different closed-circuits types. The obtained results are satisfactory with respect to the calculated result, processing speed, solution convergence and number of iterations needed to evaluate the circulation load.

Key words: Mass balance; Circulating load; Closed-circuit.

¹Professor Adjunto, Doutor em Engenharia de Materiais, Universidade Federal de Goiás – UFG, Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, 1120, Cep 75704-020, Catalão, GO, Brasil. E-mail: andrecarlos@catalao.ufg.br

²Professora Assistente, Mestre em Engenharia Mineral, Universidade Federal de Goiás – UFG, Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, 1120, Cep 75704-020, Catalão, GO, Brasil. E-mail: elenice@catalao.ufg.br

³Graduando em Engenharia de Minas, Universidade Federal de Goiás – UFG, Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, 1120, Cep 75704-020, Catalão, GO, Brasil. E-mail: ricardo_07_9@hotmail.com

I INTRODUÇÃO

Os balanços de massa em circuitos de processamento mineral são fundamentados na equação da conservação de massa, dada por (Equação 1):

$$A = C + R \quad (1)$$

onde A é a vazão (mássica ou volumétrica) de alimentação entrando no sistema; C é a vazão (mássica ou volumétrica) de concentrado saindo do sistema e R é a vazão (mássica ou volumétrica) de rejeito saindo do sistema.

A Equação 1 considera condições teóricas de operação em fluxo contínuo, cuja suposição fundamental é que a massa que entra no sistema é igual à massa que sai do sistema (lei da conservação das massas de Lavoisier). Dados obtidos em ensaios de caracterização tecnológica ou por meio de campanhas de amostragem em usinas de processamento mineral devem ser coerentes e confiáveis, sendo comum a reconciliação dos dados experimentais utilizando softwares de simulação. Para tal, realiza-se o balanço de massa do circuito estudado, para que se possa confirmar a qualidade dos dados. Logo, a utilização de simuladores computacionais tem como objetivo ampliar o conhecimento sobre o funcionamento de processos industriais bem como a utilização como ferramenta para fins de estudos de otimização do processo.

Pode-se definir carga circulante de um processo como sendo o fluxo (mássico ou volumétrico) de um dado material que retorna a uma operação unitária após ser reprovado em algum critério de seleção. Tal reprovação pode ser em decorrência da imperfeição do sistema de seleção ou pelo material estar fora da especificação aceita pela etapa subsequente do processo. Assim, enquanto o material não se adequar às especificações das etapas subsequentes o mesmo será reencaminhado para essa operação unitária. Tomando como exemplo mais comum de carga circulante um circuito fechado de moagem (Figura 1), onde o material, após passar pelo moinho, segue para a classificação granulométrica em um hidrociclone. O *overflow* do hidrociclone encontra-se na granulometria esperada e segue para a etapa subsequente do processo. Já o seu *underflow* possui granulometria acima da aceitável para seguir no processo e deve retornar ao moinho para nova cominuição. Em usinas de processamento mineral os circuitos de moagem, geralmente, operam com carga circulante em torno de 250%, ou seja, a vazão de material retornando ao moinho é aproximadamente quatro vezes a vazão de material novo alimentado no mesmo.

O cálculo correto da carga circulante em um balanço de massas é imprescindível para o entendimento do circuito que se deseja estudar, para a construção de simulações confiáveis do circuito e para o controle operacional do mesmo. Chen, Li e Fei,⁽¹⁾ trabalhando com modelos preditivos de controle aplicados a moinhos de bolas, afirmam que o controle estável do processo de cominuição é de grande importância para melhorias na

eficiência de operação dos equipamentos, para a recuperação dos minerais valiosos e para reduções significativas nos custos de produção em plantas de concentração. Já Lestage, Pomerleau e Hodouin⁽²⁾ apresentam um sistema supervisorio para otimização em tempo real de circuitos de moagem onde a carga circulante é um dos parâmetros de configuração mais importantes do sistema, sendo o seu valor dependente de parâmetros operacionais tais como: vazão de alimentação, massa específica da polpa e distribuição granulométrica do produto.

White, Winslow e Rossiter⁽³⁾ estudam algoritmos usados para a reconciliação dos dados obtidos em medições em campo com os resultados de balanço de massa. Segundo os autores, um algoritmo simples de minimização de erros pelo método dos mínimos quadrados já seria suficiente para ajustar os dados reais aos teóricos. Dados de circuitos de moagem precisaram ser reconciliados devido à incapacidade de se calcular a carga circulante desses circuitos com boa precisão.

A análise de circuitos complexos e com redundância de dados no processamento mineral requer historicamente o uso de uma grande campanha de amostragem e o uso de cálculo matricial para cada componente mineral presente nos fluxos considerados. Wills⁽⁴⁾ apresenta como circuitos complexos podem ser resolvidos pela transformação do fluxograma produtivo em um grafo, onde cada nó representa uma operação unitária.

O presente trabalho vem propor um algoritmo de baixa complexidade e alta velocidade de convergência para o cálculo da carga circulante em circuitos fechados. Os resultados obtidos indicam que o algoritmo proposto pode ser utilizado de maneira satisfatória para o cálculo da carga circulante em qualquer circuito fechado em operações unitárias do processamento mineral, independente da sua complexidade, com baixa demanda computacional e alta velocidade na convergência do resultado.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 Formulação Geral do Algoritmo

Inicialmente, foram realizadas análises de diversos circuitos existentes no processamento mineral, observando-se o comportamento dos fluxos minerais mediante a variação de parâmetros, tais como teores, partições e recuperação metalúrgica. A partir destas variações estabeleceu-se uma correlação entre todos os tipos de circuitos, independentemente do nível de complexidade dos mesmos. Yingling⁽⁵⁾ apresenta a idéia do uso de cadeias markovianas para modelar o fluxo de material em operações mineiras. A partir dessa concepção foi pensada a adoção de um método iterativo para o cálculo da carga circulante. A cada iteração a carga circulante (CC) é calculada a partir da Equação 2:

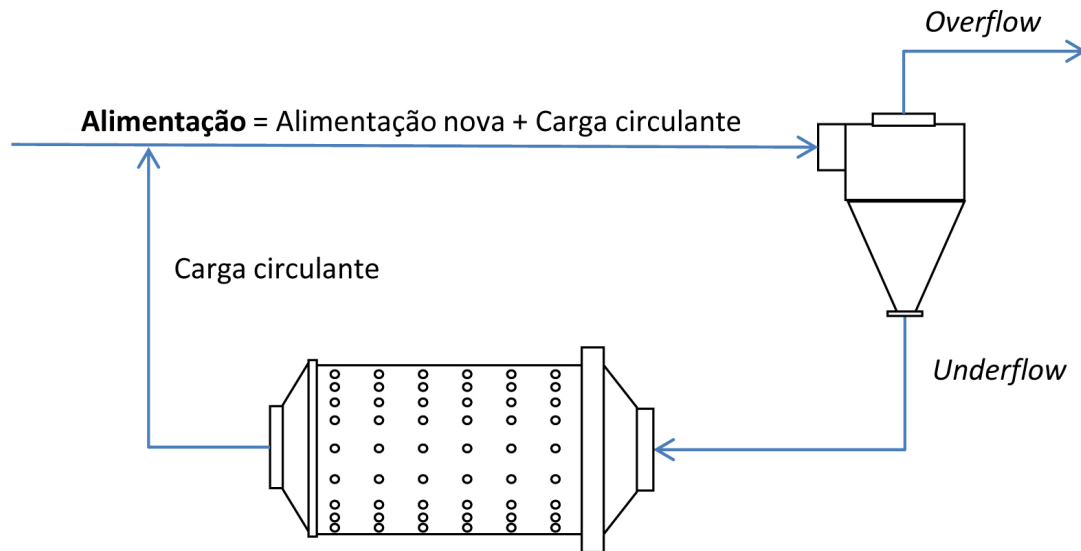


Figura 1. Circuito moagem fechado por um hidrociclone.

$$CC = \sum_{i=1}^n (p_i \cdot f_i) \quad (2)$$

onde f_i é o fluxo (mássico ou volumétrico) de alimentação da i -ésima operação unitária que contribui diretamente com a carga circulante do circuito e p_i é a partição do fluxo de alimentação da mesma operação unitária, calculada de acordo com a operação unitária e os seus parâmetros operacionais. Assim sendo, o produto $p_i \cdot f_i$ nada mais é que o fluxo de saída da i -ésima operação unitária que contribui diretamente para a carga circulante.

O cálculo da carga circulante, apresentado na Equação 2, difere do proposto por Tsakalakis⁽⁶⁾ por agrupar as eficiências das operações unitárias em um parâmetro único (p_i). Os resultados obtidos pelo autor com o uso de monográficos podem ser obtidos de forma exata pela aplicação da Equação 1, dispensando-se assim a necessidade do traçado desse gráfico.

Para a proposição do algoritmo iterativo proposto é considerada a hipótese de linearidade⁽⁷⁾ que considera que, em um processo de separação, não existirão interações do tipo partícula-partícula que venham a afetar a probabilidade de uma partícula ser selecionada para um determinado fluxo de saída do processo. Em outras palavras, esta hipótese indica que, se o fluxo de alimentação de uma dada operação unitária é dobrado ou triplicado, a fração de partículas que possui uma dada característica de seleção continua a mesma em cada fluxo de saída da operação unitária. Entretanto, esta hipótese não é real, uma vez que um aumento no fluxo de alimentação afetará o comportamento da operação propriamente dita, seja ela de separação ou classificação. A adoção da hipótese de linearidade⁽⁷⁾ simplifica o algoritmo proposto, uma vez que partição do fluxo de alimentação das operações unitárias

varia linearmente com o fluxo de alimentação da operação. Contudo, pode-se adotar qualquer modelo que permita o cálculo da partição do fluxo de alimentação das operações unitárias sem nenhum tipo de alteração no algoritmo proposto. Jankovic e Valery⁽⁸⁾ correlacionam a eficiência de moagem e de classificação com a carga circulante em operações de moagem em circuito fechado. Os mesmos autores mostram ainda que a eficiência de classificação de hidrociclones não varia linearmente com a carga circulante neste tipo de circuito.

O cálculo do erro é dado pela diferença entre a carga circulante calculada na iteração de ordem k e a carga circulante calculada na iteração de iteração $(k - 1)$. Para a primeira iteração o erro é dado apenas pela carga circulante calculada na primeira iteração. A cada iteração os fluxos de entrada em cada operação unitária devem ser calculados, uma vez que os mesmos dependem da alimentação do circuito e da partição de fluxo.

A Figura 2 apresenta o algoritmo iterativo proposto para o cálculo da carga circulante em circuitos fechados. Nota-se que as iterações se repetem enquanto não é atingido um limite de tolerância pré-estabelecido. Isto se deve ao fato da solução obtida pelo método não ser exata, e sim uma aproximação da solução real. A convergência do método é assegurada pelo cálculo do erro, que pode ser tanto positivo quanto negativo. A hipótese de linearidade⁽⁷⁾ aplica-se aqui, uma vez que a cada iteração do algoritmo a alimentação do circuito varia, mantendo-se constante a partição das operações unitárias envolvidas.

Destaca-se que o fluxo de água em um dado circuito pode ser calculado utilizando o algoritmo proposto, sem nenhuma modificação adicional. Desta forma, o fluxo de alimentação (f_i) a ser utilizando no algoritmo pode ser um fluxo de sólidos, de polpa ou de água.

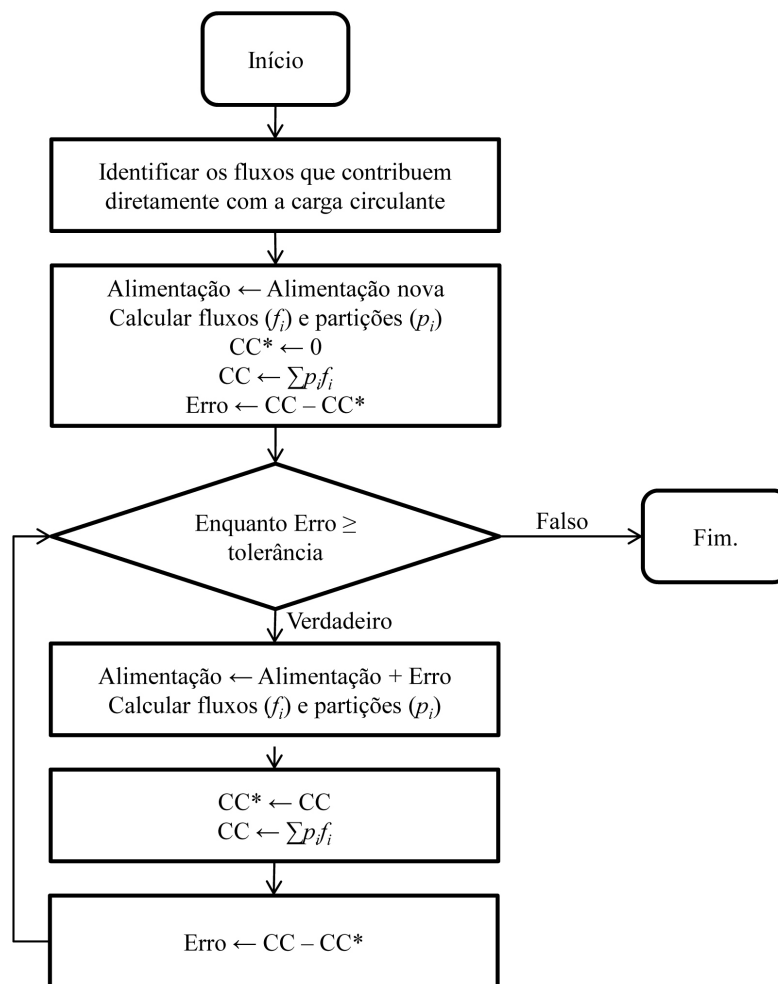


Figura 2. Algoritmo iterativo proposto para o cálculo da carga circulante em circuitos fechados.

2.2 Aplicação do Método Proposto para Circuitos de Moagem

Para análise e validação do algoritmo iterativo proposto foram utilizados dois circuitos com diferentes níveis de complexidade. Todos os circuitos analisados foram construídos inspirados em processos industriais reais presentes em empresas de mineração da cidade de Catalão/GO, de modo a ser possível a comparação dos resultados obtidos pelo método com os industriais fornecidos pelas empresas.

O primeiro circuito analisado trata de um circuito fechado simples de moagem, conforme apresentado na Figura 1 (moagem secundária em moinho de bolas da empresa Vale Fertilizantes, unidade Catalão/GO). De acordo com Furuya, Nakajima e Tanaka,⁽⁹⁾ sistemas de cominuição em circuito fechado envolvem tipicamente moinhos, classificadores e equipamentos de transporte de material em várias combinações. A combinação apresentada na Figura 1 é a mais comum. As partículas grosseiras separadas pelo classificador (nesse caso um hidrociclone)

são retroalimentadas no moinho. A Figura 3 apresenta o circuito da Figura 1 modificado para a execução do algoritmo proposto.

2.3 Aplicação do Método Proposto para Circuitos de Flotação

O segundo circuito, apresentado na Figura 4, representa o circuito de flotação de apatita adotado pela empresa Vale Fertilizantes, da Unidade de Catalão/GO. Trata-se de uma bateria de flotação composta por duas células *rougher*, duas células *scavenger* e uma coluna de flotação operando como *cleaner*. Nesse tipo de circuito a partição do fluxo (p) poder ser estimada pela recuperação metalúrgica e pelos teores dos minerais presentes nos fluxos. Assim, para o caso desse tipo de circuito a carga circulante pode ser calculada por meio da j -ésima espécie mineral pelo emprego das Equações 3 e 4:

$$p_{ij} = \text{tinput}_{ij} \cdot \frac{r_{ij}}{\text{toutput}_{ij}} \quad (3)$$

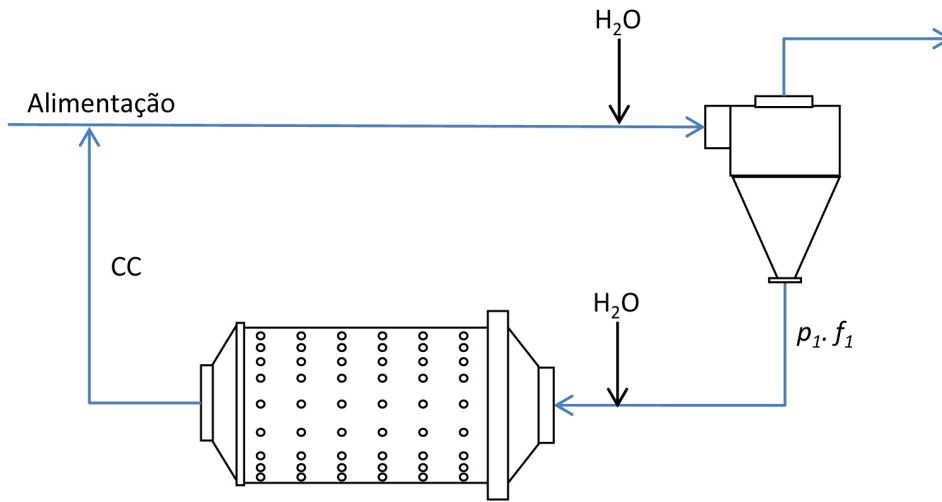


Figura 3. Circuito fechado de moagem.

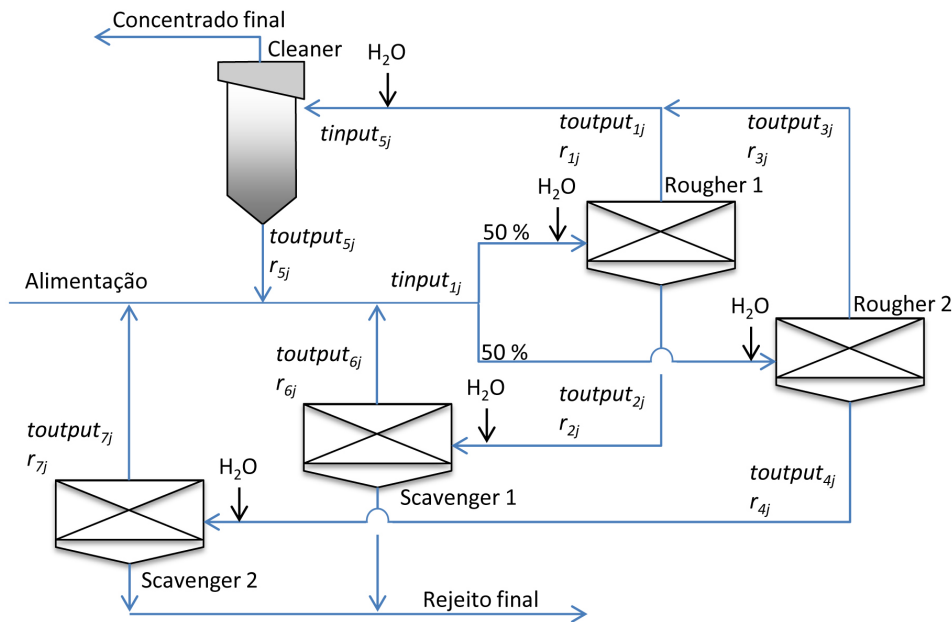


Figura 4. Circuito com quatro células de flotação e uma coluna com as variáveis necessárias para o cálculo da carga circulante a partir da j -ésima espécie mineral.

$$CC = \sum_{i=1}^n (p_{ij} \cdot f_{ij}) \quad (4)$$

onde f_{ij} é o fluxo (mássico ou volumétrico) de alimentação da j -ésima espécie mineral na i -ésima operação unitária que contribui diretamente com a carga circulante do circuito, r_{ij} é a recuperação metalúrgica da j -ésima espécie mineral na i -ésima operação unitária, $tinput_{ij}$ é o teor de alimentação da j -ésima espécie mineral na i -ésima operação unitária e $toutput_{ij}$ é o teor de saída no fluxo considerado da j -ésima espécie mineral na i -ésima operação unitária. Para o cálculo da carga circulante desse circuito são necessários sete recuperações metalúrgicas e seis teores.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela I apresenta os resultados do método iterativo proposto aplicado ao circuito de moagem simples apresentado na Figura 3. O parâmetro de partição do hidrociclone adotado é de 83,74%, indicando que 83,74% do fluxo de alimentação do hidrociclone era encaminhado para o moinho. Dada uma alimentação nova de 482 t/h a carga circulante calculada era igual a 2.482,33 t/h, sendo necessárias 177 iterações (3,01 s em um notebook Samsung RV411 com processador Intel i3 2,53 GHz, 3,0 GB de RAM e sistema operacional Windows 7) para o seu cálculo exato.

A carga circulante calculada (515%) é alta devido à alta partição adotada ($p_1 = 83,74\%$). Contudo, destaca-se que este valor está de acordo com os valores operacionais adotados pela Vale Fertilizantes, da unidade de Catalão/GO).

A Tabela 2 apresenta os dados (recuperação e teor) necessários para o cálculo da carga circulante da bateria de flotação mostrada na Figura 4. Os resultados encontrados são apresentados na Tabela 3, bem como uma comparação com os resultados encontrados para o balanço de massas realizado no software BILCO™ da empresa Caspeo, versão 3.0, que utiliza a metodologia de Lagrange para o fechamento de balanços de massas. Admite-se um erro de $\pm 5\%$ para o fechamento do balanço de massa pelo BILCO. Para uma alimentação nova de 287,17 t/h a carga circulante encontrada é de 97,838 t/h pelo método iterativo e 97,833 t/h pelo BILCO. São necessárias 24 iterações (0,45 s) para o seu cálculo exato pelo método proposto.

A diferença entre o cálculo da carga circulante pelo método iterativo proposto e pelo método lagrangeano utilizado pelo BILCO deve-se ao fato do BILCO procurar por uma solução dentro de um limite de tolerância preestabelecido (no caso adotado como 5%). Assim, caso a solução encontrada se encontre neste limite de tolerância, esta é adotada como solução do método lagrangeano, que é basicamente um método de minimização de erros, semelhante ao método dos mínimos quadrados.

Nota-se que o número de iterações necessárias para calcular a carga circulante varia nos circuitos testados. Isto se deve ao fato de que o método itera o valor da alimentação enquanto o erro convergir a zero. Assim sendo, quanto menor é a carga circulante, mais próxima a solução está do valor inicialmente adotado para a mesma e, assim sendo, menos iterações deverão ser feitas. Em uma sequência numérica deste tipo a primeira aproximação da solução é denominada semente. O método proposto

Tabela 1. Resultados do método iterativo aplicado ao circuito de moagem

Alimentação Nova (t/h)	Partição (p_1) (%)	Carga circulante		Número de iterações	Tempo gasto (s)	Erro
		(t/h)	(%)			
482	83,74	2.482,33	515	177	3,01	0,0E+00

Tabela 2. Dados de entrada para cálculo da carga circulante do circuito de flotação

Recuperação metalúrgica		Teores	
<i>Rougher 1</i>	75,79%	Alimentação dos <i>roughers</i>	8,257%
<i>Rougher 2</i>	72,05%	Concentrado do <i>rougher 1</i>	18,000%
<i>Scavenger 1</i>	27,91%	Concentrado do <i>rougher 2</i>	18,260%
<i>Scavenger 2</i>	29,77%	Alimentação do <i>scavenger 1</i>	24,213%
<i>Cleaner</i>	77,07%	Alimentação do <i>scavenger 2</i>	27,946%

Tabela 3. Resultados do método iterativo aplicado ao circuito de flotação

	Método iterativo	BILCO	Diferença
Alimentação (t/h)	287,17572	287,17572	0
Carga circulante (t/h)	97,837758	97,833147	4,611E-03
Carga circulante (%)	34,068	34,060	0,008
Número de iterações	24	-	-
Tempo gasto (s)	0,45	-	-
Alimentação <i>rougher 1</i> (t/h)	192,506739	192,504435	2,304E-03
Concentrado <i>rougher 1</i> (t/h)	62,722467	62,719372	3,095E-03
Rejeito <i>rougher 1</i> (t/h)	129,792810	129,785063	7,747E-03
Alimentação <i>rougher 2</i> (t/h)	192,506739	192,504435	2,304E-03
Concentrado <i>rougher 2</i> (t/h)	66,925493	66,921965	3,528E-03
Rejeito <i>rougher 2</i> (t/h)	125,569093	125,582470	-1,33E-02
Concentrado <i>scavenger 1</i> (t/h)	14,679437	14,679263	1,74E-04
Rejeito <i>scavenger 1</i> (t/h)	115,112238	115,105800	6,438E-03
Concentrado <i>scavenger 2</i> (t/h)	13,262072	13,260988	1,084E-03
Rejeito <i>scavenger 2</i> (t/h)	112,326512	112,321483	5,029E-03
Alimentação <i>cleaner</i> (t/h)	129,647861	129,641337	6,524E-03
Concentrado <i>cleaner</i> (t/h)	59,751602	59,748441	3,161E-03
Rejeito <i>cleaner</i> (t/h)	69,896259	69,892896	3,363E-03

é análogo ao método da bissecção para a determinação das raízes reais de equações algébricas. Neste método, o número de iterações depende da amplitude entre os dois pontos extremos do intervalo considerado. No caso do método proposto o número de iterações depende da amplitude entre a semente e a solução.

4 CONCLUSÕES

O método iterativo proposto mostra-se válido e aceitável com relação ao tempo de execução para circuitos de diferentes complexidades. Percebe-se que o método iterativo converge mais rapidamente para a solução exata nos circuitos de flotação do que nos outros circuitos apresentados. Tal fato pode ser comprovado ao se analisarem os tempos de execução e o número de iterações gastas em cada circuito. A causa de tal comportamento deve-se ao fato de que as soluções iniciais (semente do método) nos circuitos de flotação se encontrarem mais próximas das soluções exatas. Para todos os circuitos estudados os resultados encontrados são comparados com o software

BILCO™ da empresa Caspeo, versão 3.0, obtendo-se resultados semelhantes entre o software e o algoritmo proposto.

O presente trabalho prova que o cálculo da carga circulante pode ser entendido como uma função matemática onde se deseja minimizar o erro e, assim sendo, as técnicas de minimização de erros e otimização matemática podem ser utilizadas com sucesso, conforme demonstrado. Contudo, salienta-se que, apesar de ser possível o cálculo da carga circulante de um moinho a partir da partição do seu fluxo de saída (por exemplo, em um hidrociclone, conforme apresentado na Figura 1), o seu mérito científico reside na resolução de sistemas complexos (tais como os circuitos de flotação apresentados).

Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro, imprescindível para o desenvolvimento do presente trabalho, das agências brasileiras de fomento à pesquisa CNPq, Capes, Fapeg e Funape e à Universidade Federal de Goiás.

REFERÊNCIAS

- 1 Chen X, Li Q, Fei S. Constrained model predictive control in ball mill grinding process. *Powder Technology*. 2008;186:31-39. <http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2007.10.026>
- 2 Lestage R, Pomerleau A, Hodouin D. Constrained real-time optimization of a grinding circuit using steady-state linear programming supervisory control. *Powder Technology*. 2002;124:254-263. [http://dx.doi.org/10.1016/S0032-5910\(02\)00028-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0032-5910(02)00028-1)
- 3 White JW, Winslow RL, Rossiter GJ. A useful technique for metallurgical mass balances: applications in grinding. *International Journal of Mineral Processing*. 1977;4:39-49. [http://dx.doi.org/10.1016/0301-7516\(77\)90030-8](http://dx.doi.org/10.1016/0301-7516(77)90030-8)
- 4 Wills BA. Complex circuit mass balancing: a simple, practical, sensitivity analysis method. *International Journal of Mineral Processing*. 1986;16:245-262. [http://dx.doi.org/10.1016/0301-7516\(86\)90034-7](http://dx.doi.org/10.1016/0301-7516(86)90034-7)
- 5 Yingling JC. Circuit analysis: optimizing mineral processing flowsheet layouts and steady state control specifications. *International Journal of Mineral Processing*. 1990;29:149-174. [http://dx.doi.org/10.1016/0301-7516\(90\)90051-Y](http://dx.doi.org/10.1016/0301-7516(90)90051-Y)
- 6 Tsakalakis K. Use of a simplified method to calculate closed crushing circuits. *Minerals Engineering*. 2000;13:1289-1299. [http://dx.doi.org/10.1016/S0892-6875\(00\)00111-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0892-6875(00)00111-4)
- 7 Meloy TP. Analysis and optimization of mineral processing and coal-cleaning circuits: circuit analysis. *International Journal of Mineral Processing*. 1983;10:61-80. [http://dx.doi.org/10.1016/0301-7516\(83\)90033-9](http://dx.doi.org/10.1016/0301-7516(83)90033-9)
- 8 Jankovic A, Valery W. Closed circuit ball mill: basics revisited. *Minerals Engineering*. 2013;43-44:148-153. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mineng.2012.11.006>
- 9 Furuya M, Nakajima Y, Tanaka T. Theoretical analysis of closed-circuit grinding system based on comminution kinetics. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*. 1971;10:449-456. <http://dx.doi.org/10.1021/i260040a004>

Recebido em: 07/04/2013

Aceito em: 07/08/2013